Prova scritta di **FISICA GENERALE I** del 12/9/2011

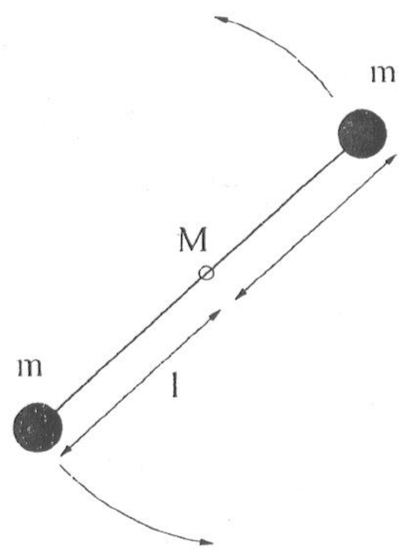
Università del Salento - CdL Ingegneria dell'Informazione

Esercizio 1

Due blocchetti di materiali distinti e massa uguale (m=2kg) scivolano lungo un piano scabro, inclinato di un angolo θ=30°. All'istante iniziale, la distanza tra i due blocchetti è 1m ed il coefficiente di attrito (sia statico che dinamico) vale μ_1=0.25 per il blocchetto situato alla quota superiore e μ_2=0.5 per quello alla quota inferiore. Verificare che valgono le condizioni affinchè i due blocchetti si muovano lungo il piano inclinato. Determinare l'intervallo di tempo necessario affinchè il blocchetto inizialmente alla quota superiore raggiunga quello posto alla quota inferiore e, supponendo che i blocchetti urtino in modo totalmente anelastico, calcolare la velocità del sistema complessivo subito dopo l'urto.

Esercizio 2

Un sistema meccanico è costituito da un'asta rigida ed omogenea di massa M=20kg e lunghezza 2l=2m, disposta orizzontalmente e vincolata a ruotare con frequenza di 1.5Hz attorno ad un asse verticale liscio passante per il suo centro di massa. Due blocchi uguali, ciascuno di massa m=5kg, sono inizialmente posizionati alle estremità dell'asta e successivamente avvicinati all'asse di rotazione fino ad una distanza l'=0.8m. Si calcoli 1) il momento di inerzia del sistema asta-blocchi nella configurazione iniziale ed in quella finale 2) la velocità angolare nella configurazione finale 3) la variazione di energia meccanica.

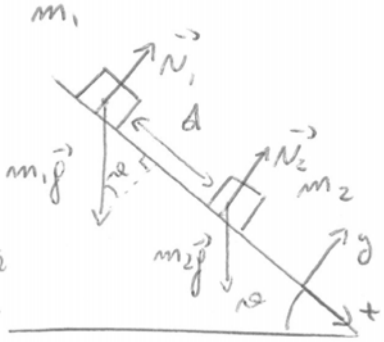


Esercizio 3

Una mole di gas perfetto biatomico esegue un ciclo termodinamico reversibile costituito da due isobare (AB e CD) e da due adiabatiche (BC e DA). Note le coordinate termodinamiche dello stato A (P_A = 100 kPa, V_A = 0.1 m^3, $V_A > V_B$), noto il valore del volume in B ($V_B = 0.5 V_A$) e noto il valore della pressione in C ($P_C = 3 P_A$), si calcoli il rendimento del ciclo e si verifichi che la variazione complessiva di entropia nel ciclo è nulla.

Soluzione

Es. 1



Per verificare che i due blocchetti si possono muovere, nonostante l'attrito, è necessario ~~sef~~ verificare che la risultante delle forze agenti su entrambi i blocchi ha componente lungo la ~~d~~irezione del possibile moto maggiore del valore massimo della forza di attrito statico.

~~Con riferimento~~ Le forze agenti sui blocchi sono, oltre all'attrito, la forza peso $m_i\vec{g}$, e la forza normale esercitata dal piano di appoggio, $\vec{N}_i$ $(i=1,2)$.

Poiché $\vec{N}_i$ è ortogonale all'asse del moto (asse x), l'unica forza esterna con componente lungo x è la forza peso (oltre all'attrito). La componente x della forza peso è $m_i g \,\mathrm{sen}\,\theta$, mentre il valor massimo dell'attrito statico è $|\vec{F}_{s_i\,MAX}| = \mu_{s_i} N_i = \mu_{s_i} m_i g \cos\theta$

Affinché il moto sia possibile deve essere: $m_i g \,\mathrm{sen}\,\theta > |\vec{F}_{s_i\,MAX}| \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow \mu_s < \mathrm{tg}\,\theta = 0.577$

Per il corpo 1 abbiamo $\mu_{s1} = 0.25$, e per il corpo 2 $\mu_{s2} = 0.5$, entrambi minori di $\mathrm{tg}\,30° = 0.577$.

Per entrambi i corpi, pertanto, l'attrito non è in grado di consentire l'equilibrio, e quindi entrambi i corpi si muovono lungo l'asse x.

Per determinare l'istante in cui i due blocchi hanno la stessa posizione è sufficiente determinare l'accelerazione con cui si muovono partendo dalle equazioni del moto

$$
\begin{cases}
m_1 a_{1x} = m_1 g \,\mathrm{sen}\,\theta - \mu_1 N_1 = m_1 g \,\mathrm{sen}\,\theta - \mu_1 m_1 g \cos\theta \Rightarrow a_{1x} = g(\mathrm{sen}\,\theta - \mu_1 \cos\theta) \\
m_1 a_{1y} = -m_1 g \cos\theta + N_1 = 0 \Rightarrow N_1 = m_1 g \cos\theta \\
m_2 a_{2x} = m_2 g \,\mathrm{sen}\,\theta - \mu_2 N_2 = m_1 g \,\mathrm{sen}\,\theta - \mu_2 m_2 g \cos\theta \Rightarrow a_{2x} = g(\mathrm{sen}\,\theta - \mu_2 \cos\theta) \\
m_2 a_{2y} = -m_2 g \cos\theta + N_2 = 0 \Rightarrow N_2 = m_2 g \cos\theta
\end{cases}
$$

Entrambi i corpi scendono con accelerazione costante.
Scegliendo come origine la posizione di partenza del blocco 1 le leggi orarie del moto sono:

$$x_1 = \frac{a_{1x}}{2} t^2 = \frac{g}{2}\left(\operatorname{sen}\vartheta - \mu_1 \cos\vartheta\right) t^2$$

$$x_2 = d + \frac{a_{2x}}{2} t^2 = d + \frac{g}{2}\left(\operatorname{sen}\vartheta - \mu_2 \cos\vartheta\right) t^2$$

Imponendo $x_1(t_1) = x_2(t_1)$ si trova $t_1 = \sqrt{\dfrac{2d}{(\mu_2 - \mu_1) g \cos\vartheta}} = 0.97\ s$

Per determinare la velocità dopo l'urto è sufficiente notare che, non essendo presenti forze esterne impulsive, durante l'urto si conserva la quantità di moto, pertanto:

$$m_1 \vec{v}_1(t_1) + m_2 \vec{v}_2(t_1) = (m_1 + m_2) \vec{v}_f$$

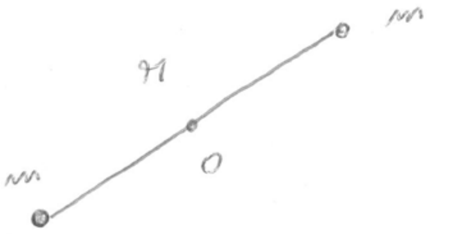
Inoltre $\vec{v}_1(t_1) = v_{1x}(t_1)\,\hat{x} = a_{1x} t_1 \hat{x}$ e $\vec{v}_{2x}(t_2) = v_{2x}(t_1)\,\hat{x} = a_{2x} t_1$;

Da cui si ottiene $\vec{v}_f = v_{fx}\hat{x}$ con

$$v_{fx} = \frac{m_1 v_{1x}(t_1) + m_2 v_{2x}(t_2)}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 a_{1x} t_1 + m_2 a_{2x} t_1}{m_1 + m_2} = t_1 \left(\frac{m_1 a_{1x} + m_2 a_{2x}}{m_1 + m_2}\right)$$

$$= 1.67\ m s^{-1}$$

Es. 2

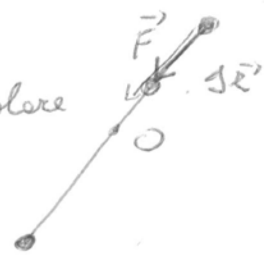


1) Il sistema è costituito da un'asta in rotazione intorno ad un'asse passante per il suo centro di massa, e ortogonale all'asta, e da due particelle puntiformi, inizialmente a distanza l dall'asse, e poi a distanza l'.
Il momento di inerzia totale del sistema, rispetto all'asse di rotazione, è pertanto:

$$I_{TOT} = I_{o\,asta} + 2I_{o\,m} = \frac{M(2l)^2}{12} + 2m(l)^2 = \frac{Ml^2}{3} + 2ml^2 = 16.67\ \mathrm{kgm}$$

$$I'_{TOT} = I_{o\,asta} + 2I'_{o\,m} = \frac{Ml^2}{3} + 2ml'^2 = 13.07\ \mathrm{kg\,m^2}$$

2) Poiché lo spostamento dei blocchi avviene lungo l'asta, la forza responsabile di tale spostamento è diretta lungo l'asta, e pertanto ha momento meccanico nullo rispetto a O.
Pertanto durante lo spostamento il momento angolare totale del sistema non varia, perciò:



$$\vec{L}_i = \vec{L}_f \Rightarrow I_o\omega_{i2} = I_o'\omega_{f2}$$

Dalla relazione tra velocità angolare e frequenza (per un moto circolare uniforme) si ha $\omega_{i2} = 2\pi\nu$ pertanto

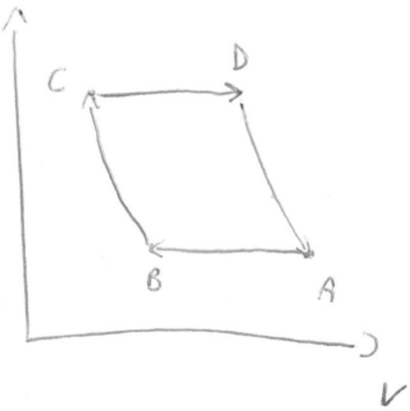
$$\omega_{f2} = \frac{I_o\omega_{i2}}{I_o'} = 12.02\ \mathrm{rad\,s^{-1}}$$

3) L'energia meccanica del sistema è pari all'energia cinetica totale, pertanto la sua variazione è:

$$\Delta E = E_{cf} - E_{ci} = \frac{1}{2}I_o'\omega_f^2 - \frac{1}{2}I_o\omega_i^2 = 204.2\ \mathrm{J}$$

Es. 3

Con le indicazioni fornite ($V_B < V_A$ e $P_C > P_A$) il ciclo è come rappresentato in Figura. Per risolvere l'esercizio è utile calcolare le variabili di stato in A, B, C, e D.



In A, note P_A e V_A si ha $T_A = \frac{P_A V_A}{nR} = 1202.8\ K$

In B $P_B = P_A$ (perché AB è isobara) e $V_B = 0.5 V_A$, da cui si ottiene immediatamente $T_B = \frac{T_A}{2} = 601.4\ K$

Essendo BC adiabatica abbiamo $P_B V_B^{\gamma} = P_C V_C^{\gamma} \iff V_C = V_B \left(\frac{P_B}{P_C}\right)^{\frac{1}{\gamma}} =$

$= V_B \left(\frac{P_A}{P_C}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = V_B \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = V_B \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{5}{7}} = 2.28\,10^{-2}\ m^3$ essendo $\gamma = \frac{7}{5}$

Da cui si ottiene $T_C = \frac{P_C V_C}{nR} = 823.2\ K$

Poiché DA è adiabatica si ha

$P_D V_D^{\gamma} = P_A V_A^{\gamma} \Rightarrow V_D = V_A \left(\frac{P_A}{P_D}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = 4.56\,10^{-2}\ m^3 = 2V_C$

Pertanto essendo $P_D = P_C$ (CD isobara) e $V_D = 2V_C$ si ha $T_D = 2T_C = 1646.\ K$

1) Il calcolo del rendimento η è più semplice se si esprime η come $\eta = \frac{Q_{TOT}}{Q_{ASS}}$, perché solo in due trasformazioni si ha $Q \neq 0$

Al contrario partendo da $\eta = \frac{L}{Q_{ASS}}$ è necessario calcolare il lavoro fatto in 4 trasformazioni, oltre al calore assorbito.

Essendo inoltre $Q = nC_p \Delta T$ nelle trasformazioni isobare è immediato concludere che $Q_{CD} > 0$ (calore assorbito), mentre $Q_{AB} < 0$ (calore ceduto)

Per cui

$$\eta = \frac{Q_{CD} + Q_{AB}}{Q_{CD}} = 1 + \frac{Q_{AB}}{Q_{CD}} = 1 + \frac{nC_p(T_B - T_A)}{nC_p(T_D - T_C)} = 1 - \frac{T_B}{T_C} = 26.9\%$$

2) Per quanto riguarda la variazione di entropia si ha $\Delta S_{BC} = \Delta S_{DA} = 0$ perchè BC e DA sono adiabatiche reversibili

$$\Delta S_{AB} = \int_{A\ p\ cost}^{B} \frac{dQ}{T} = \int_A^B n C_p \frac{dT}{T} = n C_p \log \frac{T_B}{T_A} = n C_p \log \frac{1}{2}$$

$$\Delta S_{CD} = n C_p \log \frac{T_D}{T_C} = n C_p \log 2 = - n C_p \log \frac{1}{2} = - \Delta S_{AB}$$

Da cui $\Delta S_{TOT} = 0 \ J/K$